



KINEMATYKA

- Niepewności pomiarowe
- Wektor przemieszczenia i wektor prędkości
- Ruch jednostajnie przyspieszony
- Ruch jednostajnie opóźniony
- Równania ruchu



1. Niepewności pomiarowe, cyfry znaczące

- Rozdzielczość przyrządu pomiarowego
- Źródła niepewności pomiarowej
- Cyfry znaczące

Przypomnij sobie wiadomości o niepewności pomiarowej i cyfrach znaczących.

Największą rewolucją w naukach przyrodniczych było odkrycie w XVII wieku metody naukowej. Dzięki tej metodzie wynaleziono niemal wszystkie urządzenia, które zasadniczo zmieniły życie ludzi. U podstaw metody naukowej stosowanej w fizyce leżą dwa podstawowe przekonania:

1. Świat należy opisywać teoriami sformułowanymi językiem matematyki.
2. Pomiary dokonywane doświadczalnie są ostatecznym kryterium potwierdzającym lub obalającym teorie.

Fizyka jest nauką doświadczalną, więc w dużej mierze dzięki doświadczeniom i pomiarom będziemy zdobywać wiedzę na lekcjach. Naukę fizyki zaczniemy od zapoznania się z zasadami dokonywania pomiarów i opracowywania ich wyników.

2. Niepewność pomiarowa

Wiele parametrów opisujących stan ciał lub zmiany stanu ciał można mierzyć odpowiednimi przyrządami. Na przykład odległość można zmierzyć linijką, a czas stoperem. Większość telefonów komórkowych jest wyposażona w stoper, który zazwyczaj pokazuje czas z dokładnością do setnych części sekundy. **Rozdzielczość** przyrządu pomiarowego to najmniejsza zmiana mierzonej wielkości, jaką można odczytać na przyrządzie. Wobec tego rozdzielczość wspomnianego stopera wynosi 0,01 s. Czy to znaczy, że jeśli używamy go do ręcznych pomiarów czasu, to osiągamy taką dokładność? Niestety, nie.



Ryc. 1.1. Taśma miernicza jest przykładem analogowego przyrządu pomiarowego, a stoper w telefonie komórkowym – cyfrowego

Doświadczenie 1.

Włączaj i natychmiast wyłączaj stoper, starając się zmierzyć jak najkrótszy czas. Czy udało ci się zatrzymać stoper pokazujący czas równy 0,01 s?

Nasz **czas reakcji** pogarsza dokładność pomiaru. Przyjmuje się, że czas reakcji człowieka podczas pomiaru stoperem wynosi 0,2 s (uwzględniono tu również fakt, że sam mechanizm włączania i wyłączania stopera też nie jest z pewnością idealny). Bardzo ważne jest uświadomienie sobie, że każdy pomiar jest obarczony **niepewnością pomiarową**.

Doświadczenie 2.

Doświadczenie wykonajcie w grupie kilku osób. Niech jedna osoba puszcza kulkę lub inny przedmiot z ustalonej wysokości, a pozostałe osoby mierzą czas spadania. Pomiar należy powtórzyć kilkakrotnie, a wyniki zapisać w tabeli.

W tabeli podane są przykładowe wyniki z doświadczenia 2.

Numer pomiaru	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Czas (s)	0,63	0,49	0,59	0,67	1,09	0,58	0,53	0,70	0,61	0,73

Oczywiście, wyniki się różnią. Jak ustalić końcowy wynik pomiaru? Nie możemy założyć, że jeden z tych wyników jest poprawny, a pozostałe błędne. Jeśli któryś z nich wyraźnie odbiega od pozostałych, można uznać, że jest obarczony **błędem grubym** (bo np. ktoś zbyt późno wyłączył stoper), i go odrzucić. W naszej tabeli podejrzany jest wynik nr 5, więc go pominiemy. Wszystkie pozostałe traktujemy jako wiarygodne. W tej sytuacji najbliższa rzeczywistej wartości jest średnia arytmetyczna pomiarów:

$$t_{\text{śr}} = \frac{0,63 + 0,49 + 0,59 + 0,67 + 0,58 + 0,53 + 0,70 + 0,61 + 0,73}{9} \approx 0,61 \text{ (s)}$$

To jest wynik pomiaru czasu spadania kulki. Wynik podaliśmy z taką samą dokładnością, z jaką dokonaliśmy pomiarów. Oprócz wyniku pomiaru powinniśmy również podać jego niepewność pomiarową.

Wyniki poszczególnych pomiarów różnią się oczywiście od wartości średniej; maksymalna różnica to:

$$0,73 - 0,61 = 0,12 \text{ (s)}$$

Ten czas jest jednak mniejszy od czasu reakcji człowieka uruchamiającego stoper (0,2 s), więc jako niepewność pomiarową przyjmujemy większą wartość, czyli $\pm 0,2$ s. Znak $\pm$ oznacza, że mierzony przez nas czas spadania kulki mógł być równy:

$$0,61 \text{ s} + 0,2 \text{ s} = 0,81 \text{ s} \quad \text{lub} \quad 0,61 \text{ s} - 0,2 \text{ s} = 0,41 \text{ s}$$

Wyniku pomiaru nie powinno podawać się z dokładnością większą niż dokładność wynikająca z niepewności pomiarowej. Wobec tego ostateczny wynik naszego pomiaru czasu spadania kulki zapisujemy w postaci:

$$t = 0,6 \text{ s} \pm 0,2 \text{ s}$$

Taki zapis oznacza, że według naszego pomiaru czas spadania zawiera się w przedziale od 0,4 s do 0,8 s, a najprawdopodobniej wynosi 0,6 s.

Wynik pomiaru czasu należy zawsze podawać w postaci:

$$t \pm \Delta t$$

gdzie Δt oznacza niepewność pomiaru.

Nie tylko pomiar czasu daje wynik z niepewnością pomiarową. Wyznaczanie długości za pomocą zwykłej linijki również obarczone jest niepewnością pomiaru. Rozdzielczość linijki to 1 mm, czyli 0,001 m, ale... linijka nie jest wykonana idealnie, może być wykrzywiona, a na odczytany wynik ma też wpływ kąt patrzenia (ryc. 1.2). Pomiar długości również zapisujemy w postaci:

$$l \pm \Delta l$$

gdzie Δl jest niepewnością otrzymanego wyniku. Podobnie jak w przypadku pomiaru czasu, ta niepewność jest niemal zawsze większa od rozdzielczości przyrządu.



Ryc. 1.2. Kąt, pod jakim patrzymy na miarę taśmową, ma znaczenie podczas pomiaru długości

WIEDZIEĆ WIĘCEJ

Smartfon jako narzędzie pomiarowe

Podczas lekcji fizyki warto używać telefonu komórkowego nie tylko jako stopera. Zainstalowanie na smartfonie (z systemem operacyjnym Android lub iOS) aplikacji Phyphox pozwoli na wykonanie wielu pomiarów. Aplikacja ta wykorzystuje czujniki, które są na wyposażeniu przeciętnego smartfona. Na przykład każdy smartfon ma czujnik światła, dzięki któremu telefon „wie”, że został przyłożony do ucha i może wygasić ekran. Dzięki aplikacji Phyphox ten czujnik światła może uruchamiać oraz zatrzymywać pomiar czasu. Niepewność pomiaru czasu za pomocą stopera zainstalowanego w telefonie wynosi około 0,2 s, a zastosowanie czujnika światła zmniejsza tę niepewność do około 0,01 s.

Innym czujnikiem w telefonie jest akcelerometr. Dzięki niemu możliwe jest automatyczne poziome lub pionowe ustawianie widoku ekranu. Aplikacja Phyphox wykorzystuje ten czujnik do pomiaru przyspieszenia, z jakim porusza się smartfon. To tylko dwa przykłady wykorzystania czujników zamontowanych w smartfonie do pomiaru wielkości fizycznych. Zachęcamy do instalowania tej aplikacji w smartfonach i projektowania doświadczeń umożliwiających lepsze poznanie zjawisk zachodzących w przyrodzie. Warto jednak pamiętać, że wyniki podawane przez tę aplikację też są obarczone niepewnościami pomiarowymi.



Niepewność względna

Zmierzmy długość i grubość smartfona za pomocą linijki o rozdzielczości 1 mm. Zmierzona długość pewnego smartfona to $l_1 = (143 \pm 1)$ mm, a grubość to $l_2 = (7 \pm 1)$ mm. Czy precyzja tych pomiarów jest taka sama? W przypadku pomiaru grubości niepewność pomiarowa stanowi $1/7$ wyniku, a w przypadku pomiaru długości jest to zaledwie $1/143$.

O precyzji pomiaru świadczy stosunek niepewności pomiarowej do zmierzonej wartości, który nazywamy **niepewnością względną**:

$$\frac{\Delta l}{l}$$

By uniknąć nieporozumień, „zwykłą” niepewność pomiaru (np. Δl) nazywa się często niepewnością bezwzględną.

Niepewność względną często wyrażamy w procentach. W naszym przypadku niepewność względna pomiaru grubości smartfona jest równa ok. 14%, a jego długości – ok. 0,7%. Porównanie niepewności względnej pozwala na odpowiednie dobranie przyrządów pomiarowych. Na przykład tak niewielkich rozmiarów jak grubość smartfona nie należy mierzyć za pomocą taśmy mierniczej o podziałce centymetrowej (ryc. 1.3).



Ryc. 1.3.

Trzydziestometrowa taśma miernicza. Jej rozdzielczość jest wyraźnie mniejsza niż taśmy z ryc. 1.2

Cyfry znaczące

Rzetelne źródła podają wyznaczone wartości razem z niepewnością. Na przykład promień Słońca według Wikipedii wynosi $(696\,342 \pm 65)$ km, a masa Słońca to $(1,98855 \pm 0,00025) \cdot 10^{30}$ kg.

Eksperymentalne wyznaczenie jakiegokolwiek wielkości w sposób absolutnie dokładny nie jest możliwe. Ten fakt należy uwzględnić podczas obliczeń z wykorzystaniem zmierzonych wartości. Przypuśćmy, że chcemy na podstawie wyników z doświadczenia 2. wyznaczyć przyspieszenie ziemskie. W tym celu należy zmierzyć również wysokość, z jakiej puszczaliśmy kulkę, a otrzymane wartości wstawić do odpowiedniego wzoru.



Dokonujemy obliczeń na kalkulatorze i na ekranie uzyskujemy np. wartość 9,64625303. Niestety, nie ma sensu zapisywać jej z taką dokładnością, bo wprowadzone do obliczeń dane były znacznie mniej dokładne. Nie wykonuje się obliczeń z większą dokładnością niż niepewność wprowadzonych danych. Jeśli w doświadczeniu 2. otrzymaliśmy $t = 0,61$ s, to w wyniku mamy dwie cyfry znaczące: 6 i 1. Jeśli wyrazimy czas w milisekundach $t = 610$ ms, również mamy te same dwie cyfry znaczące. Z kolei w liczbie 6107 są cztery cyfry znaczące.

Cyfry znaczące to cyfry w liczbie w postaci rozwinięcia dziesiętnego, liczone od strony lewej od pierwszej cyfry niezerowej.

W podanej wyżej wartości przyspieszenia ziemskiego jest 9 cyfr znaczących, tymczasem wynik obliczeń powinniśmy podać tylko z dwiema cyframi znaczącymi, z zastosowaniem zasad zaokrąglania, czyli równy 9,6.

Zasady zaokrąglania wyników do odpowiedniej liczby cyfr znaczących należy stosować również podczas rozwiązywania zadań. Jeśli np. dane w zadaniu mają trzy cyfry znaczące, a w wyniku obliczeń otrzymamy $\sqrt{2}$, nie powinniśmy tak podawać wyniku – to by oznaczało, że znamy go z absolutną dokładnością. Wynik powinno się zapisać z trzema cyframi znaczącymi, czyli 1,41.

PODSUMOWANIE

- Każdy pomiar wielkości x jest obarczony **niepewnością pomiarową** Δx . Wynik pomiaru zawsze podajemy w postaci:

$$x \pm \Delta x$$

- **Rozdzielczość** przyrządu pomiarowego to najmniejsza zmiana mierzonej wielkości, jaką można odczytać na przyrządzie.
- **Cyfry znaczące** to cyfry w liczbie w postaci rozwinięcia dziesiętnego, liczone od strony lewej od pierwszej cyfry niezerowej.
- Wartości liczbowe wielkości fizycznych zawsze zapisujemy w postaci rozwinięcia dziesiętnego z liczbą cyfr znaczących wynikającą z dokładności pomiaru.

PYTANIA I ZADANIA

1. Pięcioro uczniów mierzyło długość boku zeszytu do fizyki. Do pomiarów używali linijki z podziałką milimetrową. Wyniki pomiarów zapisali w tabeli.

Numer pomiaru	1	2	3	4	5
Długość (mm)	21,2	21,3	21,1	21,4	21,5

- Zapisz wynik pomiaru wraz z niepewnością pomiarową.
- Oszacuj niepewność względną pomiaru długości boku zeszytu.

2. Na fotografii przedstawiono wskazania woltomierza. Na podstawie danych odczytanych z tej fotografii zapisz:

- wynik pomiaru,
- rozdzielczość,
- zakres pomiarowy, czyli przedział wartości, jakie można mierzyć danym przyrządem.

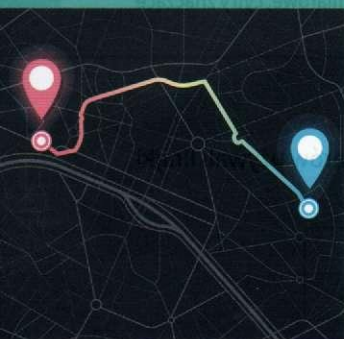


3. Na fotografii przedstawiono wskazania termometru. Na podstawie danych odczytanych z tej fotografii zapisz:

- wskazywaną temperaturę,
- rozdzielczość,
- zakres pomiarowy, czyli przedział temperatur, które można mierzyć tym termometrem.



- Zmierzono długość boiska piłkarskiego i długość ławki szkolnej. Długość boiska wynosiła 110 m, a długość ławki była równa 0,92 m. Załóżmy, że niepewność względna obu pomiarów była równa 2%. Porównaj niepewności bezwzględne obu pomiarów.
- Uczniowie wyznacжали gęstości pewnego przedmiotu. W wyniku pomiaru uzyskano objętość równą $0,000\,012\text{ m}^3$ i masę 32,8 g. Oblicz gęstość przedmiotu. Wynik zapisz w kg/m^3 z odpowiednią liczbą cyfr znaczących.



2. Opis ruchu

- Wektor przemieszczenia i wektor prędkości
- Prędkość średnia i prędkość chwilowa
- Ruch jednostajny

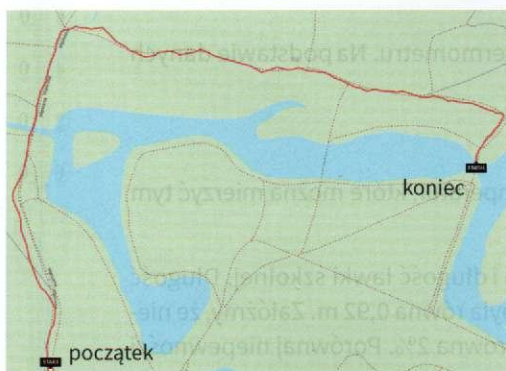
Przypomnij sobie wiadomości o prędkości i ruchu jednostajnym.

Ruch jest najbardziej podstawowym zjawiskiem w otaczającym nas świecie. Poznawanie praw przyrody zaczniemy zatem od kinematyki, czyli analizy ruchu ciał.

Opis ruchu

1. Ruch dostrzegamy, gdy jedno ciało zmienia swoje położenie względem innego ciała.
2. Oznacza to, że **ruch jest względny**. Na przykład gdy siedzimy w pociągu i zauważamy drugi pociąg ruszający na sąsiednim torze, często okazuje się, że to ruszył nasz pociąg, a tamten nadal stoi.

Na początku będziemy opisywać ruch ciał względem powierzchni Ziemi, bo to najbardziej naturalny układ odniesienia. Aplikacje na urządzenia mobilne, umożliwiające rejestrowanie różnych parametrów ruchu, wyznaczają taki właśnie ruch. Jedną z aplikacji umożliwiających wyznaczanie zmian położenia ciała względem Ziemi jest Sports Tracker.



00:17:23	1.43 km	12:09 /km
czas	droga	tempo
78 kcal	4.9 km/h	12.1 km/h
energia	śr. prędkość	maks. prędkość
24/44	1781	
wspinanie	kroki	

Ryc. 2.1. Zapis ruchu spacerowicza

Na rycinie 2.1 przedstawiono zrzut ekranu ze szczegółowymi informacjami na temat przebiegu spaceru z włączoną aplikacją. Możemy odczytać m.in. przebytą drogę oraz prędkość marszu. Czerwona linia na tym rysunku jest torem ruchu spacerowicza.

- 3, **Tor ruchu** to linia, którą zakreśla w przestrzeni poruszający się obiekt. Długość toru jest **drogą** przebytą przez ciało.

4

Prędkość to stosunek drogi przebytej przez poruszający się obiekt do czasu, w którym została ona pokonana:

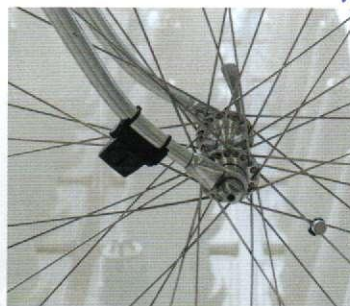
$$v = \frac{s}{t} \quad [v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{m}{s} \text{ lub } \frac{km}{h} \quad (1)$$

$$\frac{m}{s} \rightarrow \frac{km}{h}$$

5. Podstawową jednostką prędkości jest m/s, ale powszechnie używa się również km/h. Gdy czas pomiaru będzie długi, to z podzielenia drogi przez czas uzyskamy **prędkość średnią**. Gdy czas pomiaru będzie bardzo krótki, to z obliczeń uzyskamy **prędkość chwilową**.

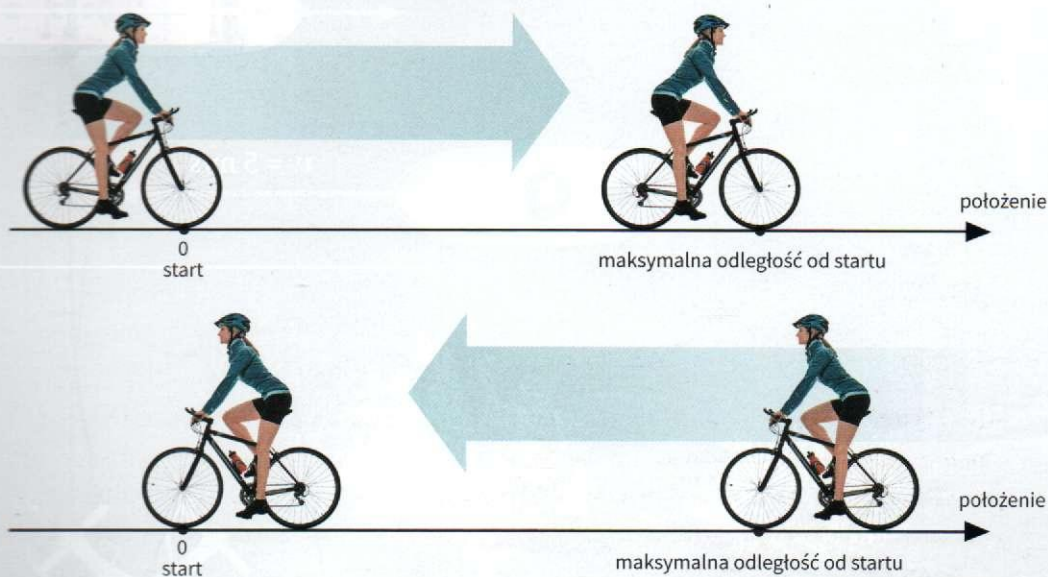
$$\frac{km}{h} \rightarrow \frac{m}{s}$$

W rowerach wyposażonych w prędkościomierz podstawową jednostką drogi stosowaną do pomiaru prędkości jest obwód koła. Do ramy roweru przymocowany jest czujnik pola magnetycznego, a do szprychy koła – mały magnes. Gdy rower jedzie, koło się obraca, a magnes raz na jeden obrót koła znajduje się w pobliżu czujnika. Czas jednego obrotu koła jest z reguły dość krótki. Na podstawie rozmiarów koła oraz czasu jednego pełnego obrotu prędkościomierz wyznacza prędkość chwilową, z jaką porusza się rower. Z liczby obrotów koła licznik rowerowy wyznacza również drogę przebytą przez rower.



Ryc. 2.2. Koło rowerowe z systemem do pomiaru prędkości

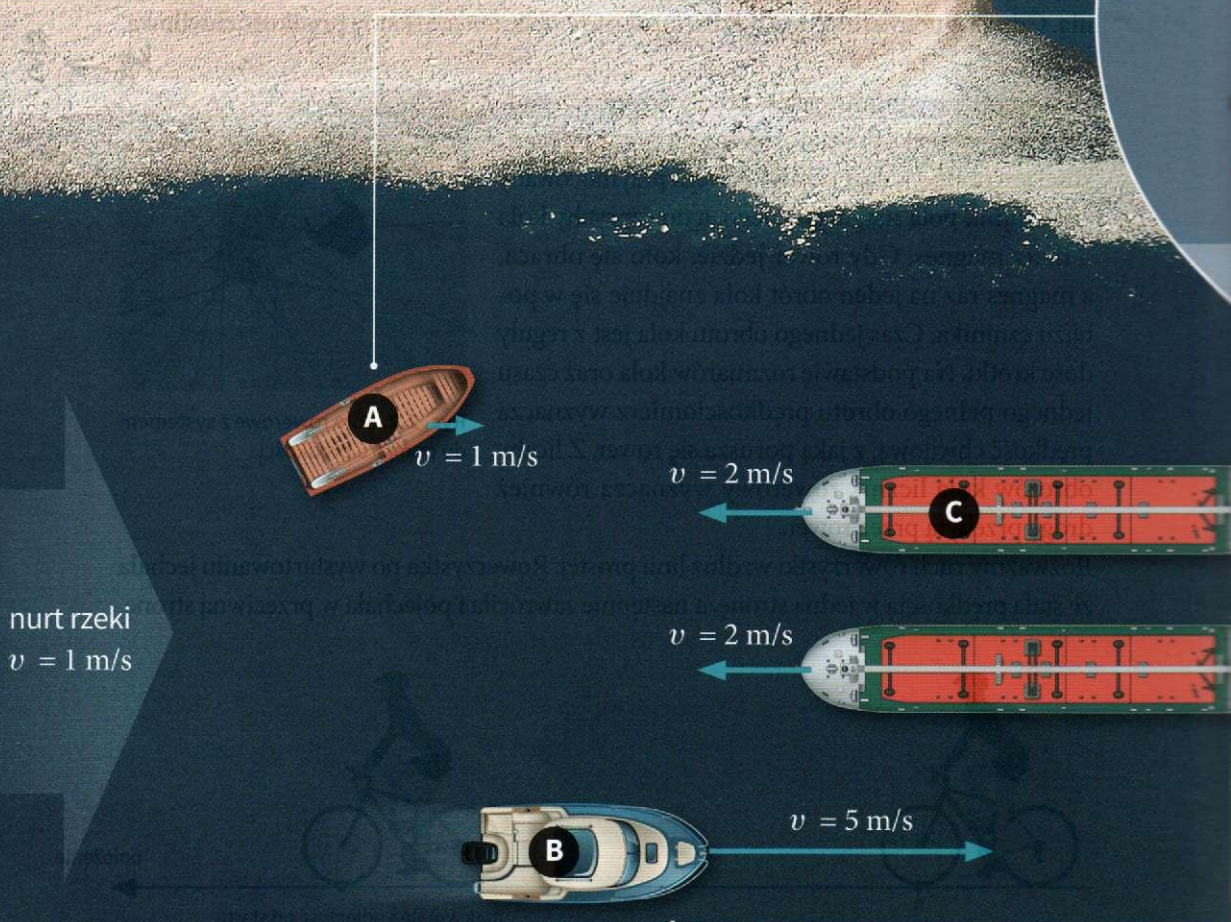
Rozważmy ruch rowerzystki wzdłuż linii prostej. Rowerzystka po wystartowaniu jechała ze stałą prędkością w jedną stronę, a następnie zawróciła i pojechała w przeciwną stronę.



Ryc. 2.3. Rowerzystka jedzie najpierw w jedną stronę, a potem w przeciwną

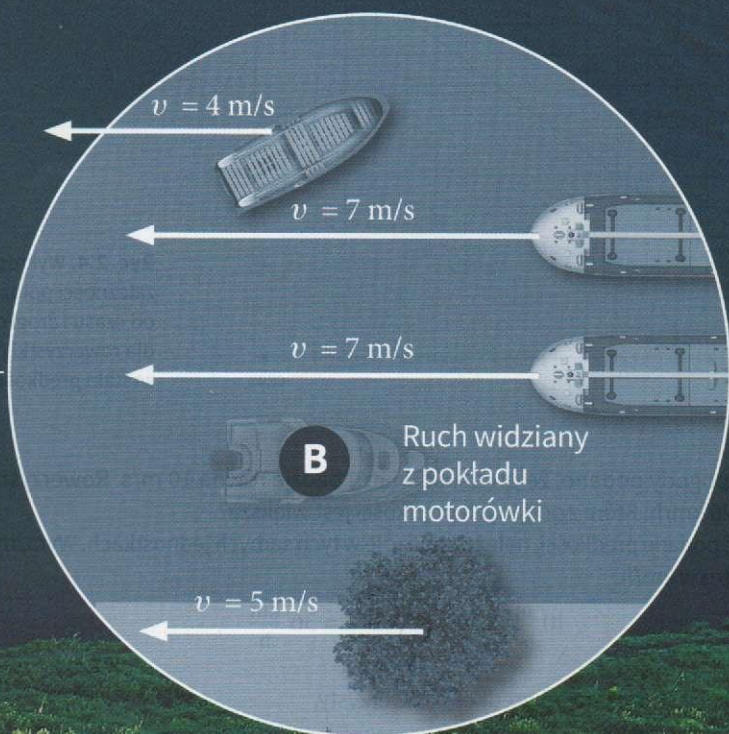
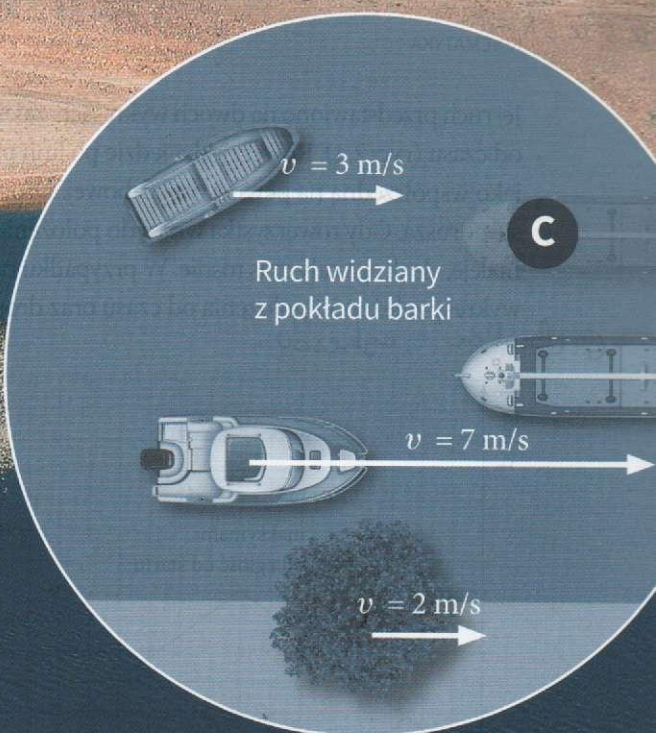
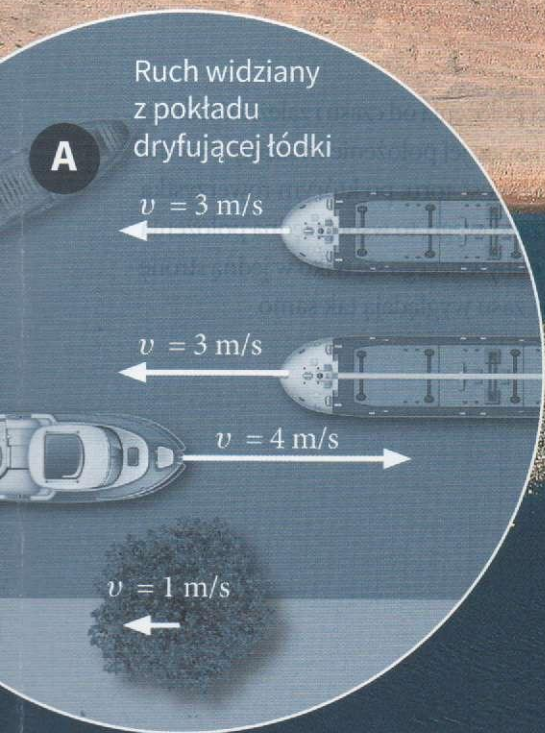
Względność ruchu

Ruch jest względny. Oznacza to, że opis ruchu danego obiektu zależy od obserwatora, który ten ruch rejestruje. Prędkości łodzi, motorówki lub barki poruszających się po wodzie zależą od układu odniesienia, względem którego mierzymy te prędkości.



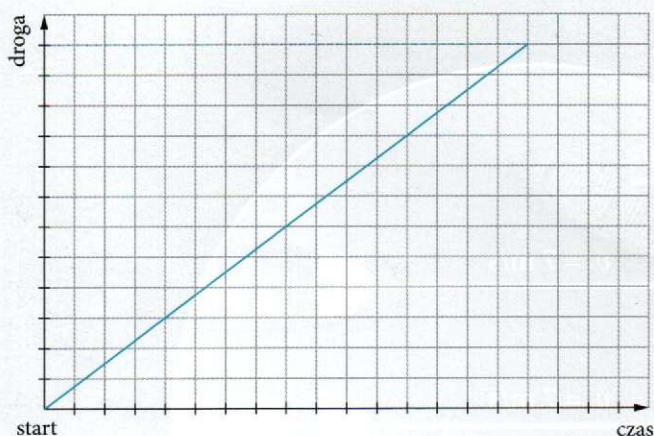
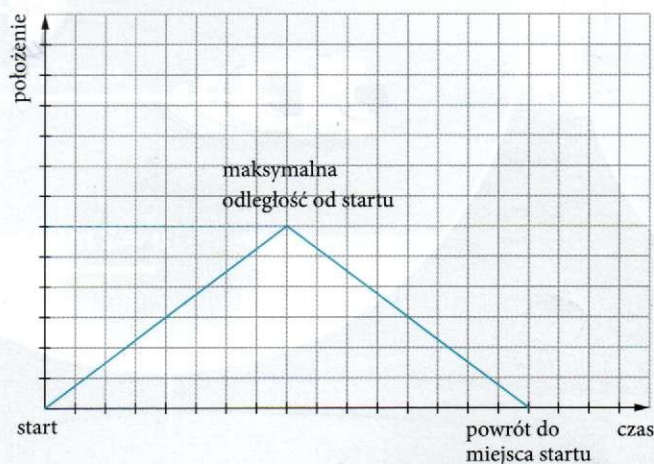
Tak wygląda ruch na rzece
z nieruchomego względem
brzegu drona:





Jej ruch przedstawiono na dwóch wykresach: zależności położenia od czasu i zależności drogi od czasu (ryc. 2.4). Rowerzystka jedzie po linii prostej, więc jej położenie możemy określić jako współrzędną na pewnej osi liczbowej. Droga to długość toru, po którym rowerzystka się porusza. Gdy rowerzystka wraca do położenia początkowego, to współrzędna położenia maleje, ale droga cały czas rośnie. W przypadku ruchu odbywającego się tylko w jedną stronę wykresy zależności położenia od czasu oraz drogi od czasu wyglądają tak samo.

6. Analiza wykresów.



Ryc. 2.4. Wykresy zależności położenia od czasu i drogi od czasu dla rowerzystki jadącej ze stałą prędkością

Przykład 1.

W prognozie pogody podano, że prędkość wiatru będzie równa 10 m/s. Rowerzysta jedzie z prędkością 20 km/h. Która z podanych prędkości jest większa?

Aby porównać podane prędkości, należy zapisać je w tych samych jednostkach. Wyraźmy zatem prędkość wiatru w km/h.

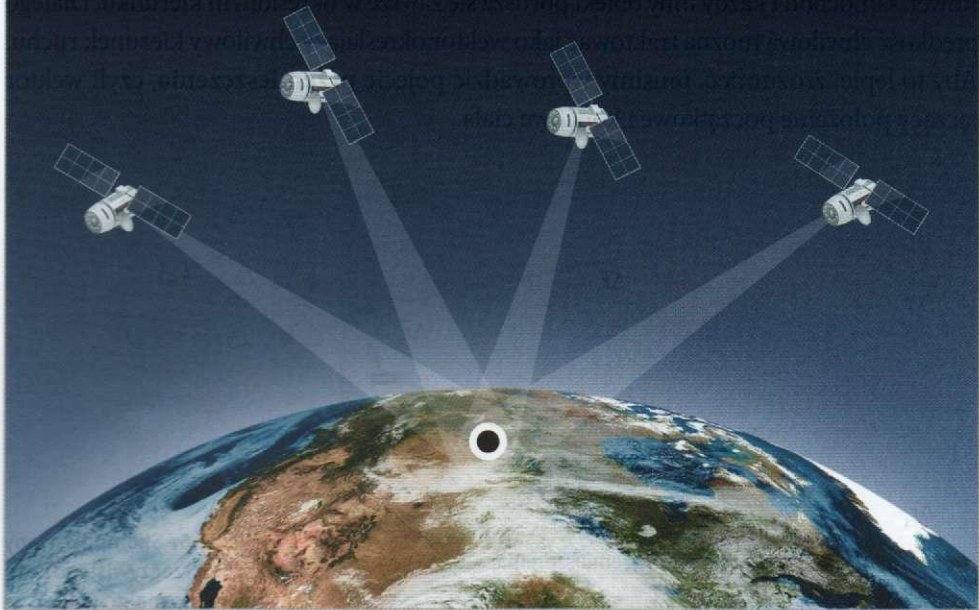
$$10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10 \cdot \frac{\frac{1}{1000} \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Prędkość wiatru jest większa od prędkości rowerzysty.

WIEDZIEĆ WIĘCEJ

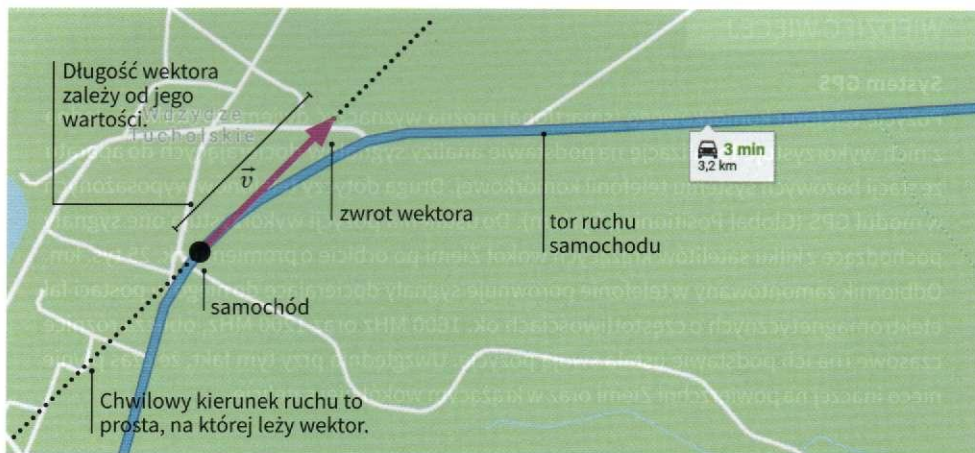
System GPS

Pozycję telefonu komórkowego (smartfona) można wyznaczyć dwiema metodami. Jedną z nich wykorzystuje lokalizację na podstawie analizy sygnałów docierających do aparatu ze stacji bazowych systemu telefonii komórkowej. Druga dotyczy telefonów wyposażonych w moduł GPS (Global Positioning System). Do ustalenia pozycji wykorzystują one sygnały pochodzące z kilku satelitów krążących wokół Ziemi po orbicie o promieniu ok. 25 tys. km. Odbiornik zamontowany w telefonie porównuje sygnały docierające do niego w postaci fal elektromagnetycznych o częstotliwościach ok. 1600 MHz oraz 1200 MHz, oblicza różnice czasowe i na ich podstawie ustala swoją pozycję. Uwzględnia przy tym fakt, że czas płynie nieco inaczej na powierzchni Ziemi oraz w krążącym wokół niej satelicie.



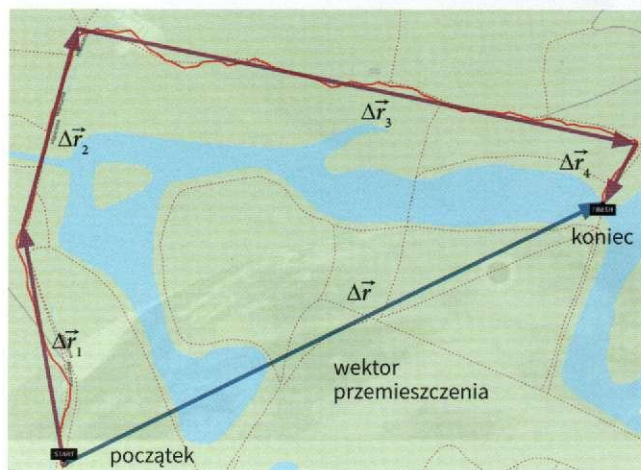
Wektory

Niektóre wielkości fizyczne, takie jak masa czy temperatura, mają tylko wartość liczbową, np. $m = 5 \text{ kg}$ – są to **skalarne wielkości fizyczne**. Gdy jakaś wielkość fizyczna oprócz wartości ma kierunek i zwrot, mówimy, że jest to **wektorowa wielkość fizyczna**. Przykładem wielkości wektorowej jest prędkość. Wielkości wektorowe oznaczamy symbolem ze strzałką, np. $\vec{v}$, a na rysunkach przedstawiamy je jako strzałkę (ryc. 2.5). Wartość wektora to symbol bez strzałki, np. $v = 70 \text{ km/h}$. Gdy piszemy: „Oblicz prędkość...”, to oznacza, że szukamy wartości wektora prędkości.



Ryc. 2.5. Prędkość jest przykładem wektorowej wielkości fizycznej

7. Rower, samochód i każdy inny obiekt porusza się zawsze w określonym kierunku. Dlatego prędkość chwilową można traktować jako wektor określający chwilowy kierunek ruchu. Aby to lepiej zrozumieć, musimy wprowadzić pojęcie **przemieszczenia**, czyli wektor łączący położenie początkowe i końcowe ciała.

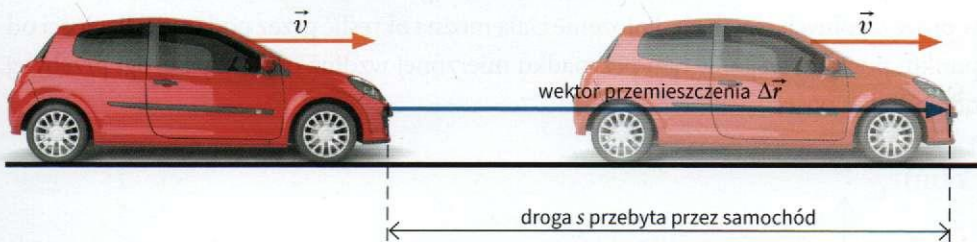


$$\begin{aligned} a) \vec{\Delta x} &> 1 \\ b) \vec{\Delta x} &\approx 1 \\ c) \Delta x &= 0 \end{aligned}$$

Ryc. 2.6. Skomplikowany kształt rzeczywistego toru ruchu można przybliżyć za pomocą prostych odcinków

Jak widać na rycinach 2.1 i 2.6, tor spacerowicza jest dość skomplikowaną krzywą. Gdy połączymy punkt startu z położeniem końcowym, to uzyskamy przemieszczenie $\Delta \vec{r}$ (ryc. 2.6). Wektor ten w bardzo niedoskonały sposób odzwierciedla ruch spacerowicza. Nieco lepiej będzie, gdy przybliżymy tor ruchu za pomocą kilku wektorów przemieszczenia: $\Delta \vec{r}_1$, $\Delta \vec{r}_2$ itd. Im mniejszy jest odstęp czasu, w którym nastąpiło przemieszczenie, tym wektor przemieszczenia będzie lepiej odzwierciedlał rzeczywisty tor ruchu – np. długość wektora $\Delta \vec{r}_4$ jest bardzo bliska drodze przebytej w tym czasie.

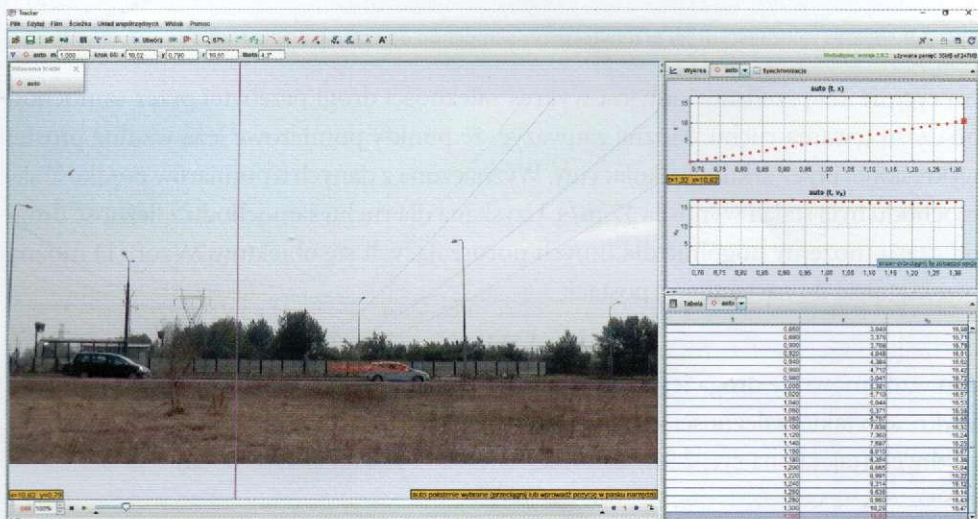
Prędkość chwilowa to stosunek drogi do czasu, gdy czas pomiaru jest bardzo krótki; wówczas przebyta droga jest równa chwilowemu przemieszczeniu ciała. Wektor prędkości chwilowej jest skierowany tak jak chwilowe przemieszczenie (ryc. 2.7.).



Ryc. 2.7. Prędkość i przemieszczenie to wielkości wektorowe, droga to wielkość skalarna

Ruch jednostajny

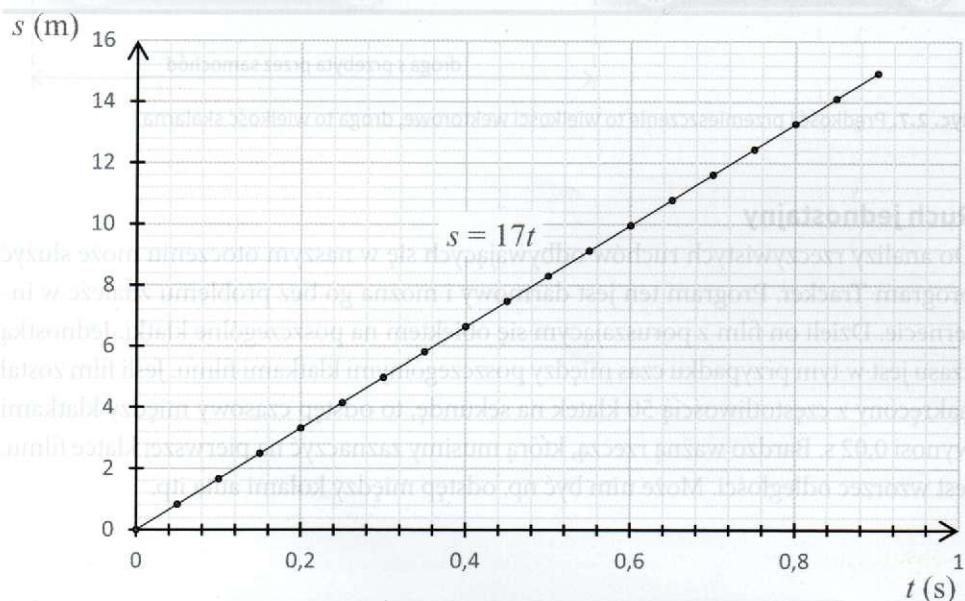
Do analizy rzeczywistych ruchów odbywających się w naszym otoczeniu może służyć program Tracker. Program ten jest darmowy i można go bez problemu znaleźć w internecie. Dzieli on film z poruszającym się obiektem na poszczególne klatki. Jednostką czasu jest w tym przypadku czas między poszczególnymi klatkami filmu. Jeśli film został nakręcony z częstotliwością 50 klatek na sekundę, to odstęp czasowy między klatkami wynosi 0,02 s. Bardzo ważną rzeczą, którą musimy zaznaczyć na pierwszej klatce filmu, jest wzorec odległości. Może nim być np. odstęp między kołami auta itp.



Ryc. 2.8. Zrzut ekranu programu Tracker podczas analizy ruchu samochodu

W naszym przykładzie przedstawionym na rycinie 2.8 samochód poruszał się wzdłuż linii prostej wyznaczonej przez ulicę. Ustawiliśmy układ współrzędnych w taki sposób, aby droga przebyta przez samochód pokrywała się ze współrzędnymi osi x . Na podstawie danych uzyskanych z analizy zmian położenia pojazdu na poszczególnych klatkach filmu możemy wyznaczyć prędkość, z jaką poruszał się samochód.

Dzięki porównywaniu kolejnych klatek filmu program wyznacza położenie samochodu w poszczególnych chwilach. Położenie ciała można określić przez podanie odległości od punktu początkowego, w tym przypadku mierzonej wzdłuż osi x , czyli drogi przebytej od początku obserwacji.



Ryc. 2.9. Wykres zależności drogi przebytej przez samochód od czasu trwania ruchu

Na rycinie 2.9 przedstawiony jest wykres zależności drogi przebytej przez samochód od czasu trwania ruchu. Można zauważyć, że punkty pomiarowe leżą wzdłuż prostej wykreślonej przez arkusz kalkulacyjny. Wyznaczona z danych z pomiarów prędkość samochodu była stała i wynosiła 17 m/s. Uzyskaną dla ruchu samochodu zależność drogi od czasu możemy uogólnić dla innych poruszających się obiektów. Wzór (1) można przekształcić do następującej postaci:

$$s = v \cdot t$$

Ten wzór mówi, że droga jest wprost proporcjonalna do czasu, o ile prędkość jest stała. Wykresem takiej zależności jest linia prosta przechodząca przez początek układu współrzędnych (tak jak na ryc. 2.9).

Ruch, w którym prędkość jest stała, nazywamy **ruchem jednostajnym**. W tym ruchu przebyta droga jest wprost proporcjonalna do czasu.

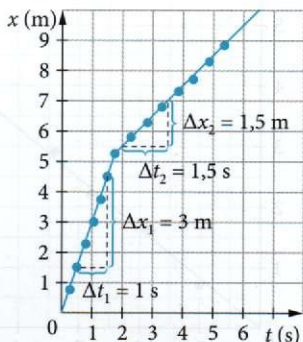
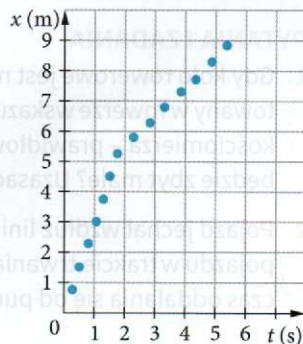
Przykład 2.

Samochód jechał wzdłuż prostego odcinka szosy. Na wykresie przedstawiono zależność położenia tego samochodu od czasu.

Na podstawie wykresu obliczmy prędkość samochodu w kolejnych fazach ruchu.

Kreślimy dwie proste najlepiej pasujące do punktów na wykresie, czyli proste najlepszego dopasowania. Z wykresu wynika, że ruch odbywał się z dwiema różnymi prędkościami, bo otrzymaliśmy dwa odcinki różnych prostych. Odczytujemy z wykresu odpowiednie dane i wyznaczamy wartości prędkości.

W pierwszej fazie ruchu w każdej sekundzie samochód przebywał drogę 3 m, zatem prędkość w tej fazie miała wartość $v_1 = 3 \text{ m/s}$. W drugiej fazie ruchu przez zaznaczony na wykresie odstęp czasu 1,5 s samochód przebył drogę 1,5 m, więc jego prędkość wynosiła $v_2 = 1 \text{ m/s}$. Można zauważyć, że fragment prostej w pierwszej fazie ruchu jest nachylony pod większym kątem do osi czasu niż w drugiej. **Im większy jest kąt nachylenia prostej będącej wykresem $x(t)$ do osi czasu, tym większa jest prędkość ciała.**



Gdy kierunek wektora prędkości się nie zmienia, ruch jest **prostoliniowy**. Gdy ten kierunek się zmienia, ruch jest **krzywoliniowy**. Gdy wartość prędkości jest stała, ruch jest **jednostajny**. Gdy wartość prędkości się zmienia, mamy do czynienia z ruchem **zmiennym**.

PODSUMOWANIE

► **Tor ruchu** to linia, którą zakreśla w przestrzeni poruszający się obiekt.

► Długość toru jest **drogą** przebytą przez ciało.

Prędkość to stosunek drogi przebytej przez poruszający się obiekt do czasu, w którym ta droga została przebyta:

$$v = \frac{s}{t}$$

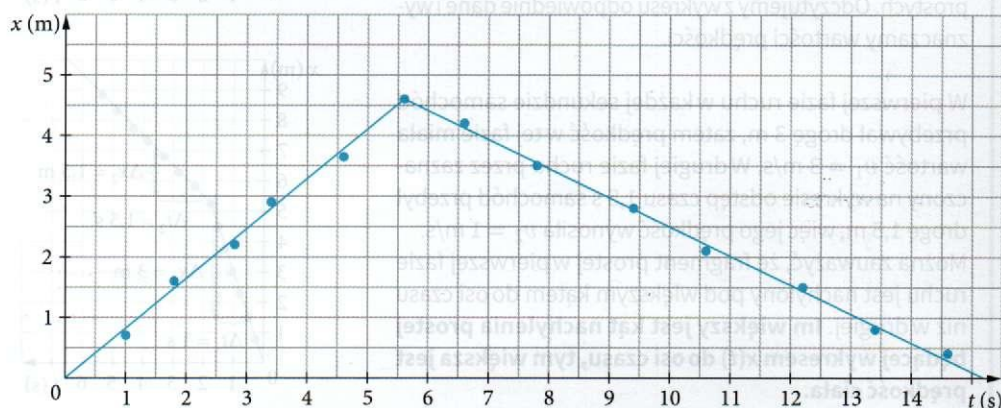
Gdy czas jest bardzo mały, mówimy o **prędkości chwilowej**, gdy duży – o **prędkości średniej**.

► **Prędkość chwilowa jest wektorem** wskazującym kierunek ruchu w danym momencie.

► **Ruch jest jednostajny**, gdy droga przebyta przez ciało jest wprost proporcjonalna do czasu trwania ruchu.

PYTANIA I ZADANIA

1. Gdy koło rowerowe jest napompowane zgodnie z instrukcją, prędkościomierz zamontowany w rowerze wskazuje poprawne wartości prędkości. Jakie będą wskazania prędkościomierza – prawidłowe, za duże czy za małe – gdy ciśnienie powietrza w oponach będzie zbyt małe? Uzasadnij odpowiedź.
2. Pojazd jechał wzdłuż linii prostej. Na wykresie przedstawiono kolejne położenia tego pojazdu w trakcie trwania ruchu. Na podstawie wykresu oblicz prędkość pojazdu podczas oddalania się od punktu startu oraz podczas powrotu.



3. Autostrada A1 z Torunia do Gdańska (węzeł Rusocin) ma 152 km długości. Na tym odcinku autostrady istnieje odcinkowy pomiar prędkości. Gdy pobieramy bilet na bramce wjazdowej w Toruniu, to system odnotowuje czas startu, a następnie oblicza, w jakim najkrótszym czasie możemy dotrzeć do miejsca zjazdu bez przekraczania przepisów ruchu drogowego. Maksymalna dopuszczalna prędkość jazdy samochodu osobowego na autostradzie wynosi 140 km/h. Pewien samochód wjechał na autostradę w Toruniu. Oblicz najkrótszy czas, w jakim może dojechać do zjazdu w Rusocinie, aby nie przekroczyć maksymalnej dopuszczalnej prędkości jazdy. Wynik podaj z dokładnością do jednej minuty.
4. Według mapy Google'a ze Świnoujścia do Przemyśla jest 999 km. Autostradą można pokonać 600 km, drogą ekspresową 50 km, a na pozostałych odcinkach trzeba jechać drogami krajowymi oraz wojewódzkimi. Zakładamy, że średnia prędkość na autostradzie wynosi 120 km/h, na drodze ekspresowej 100 km/h, a na pozostałych odcinkach 70 km/h. Co około dwie godziny ustalamy 20-minutową przerwę w podróży. Oblicz czas podróży ze Świnoujścia do Przemyśla.
5. Gdy planujemy podróż samochodem osobowym, możemy szacować, że średnia prędkość jazdy drogą krajową będzie wynosić 70 km/h. Oblicz drogę, jaką pokonamy w czasie 2 h 40 min, jeśli będziemy jechać z taką prędkością.



3. Ruch zmienny

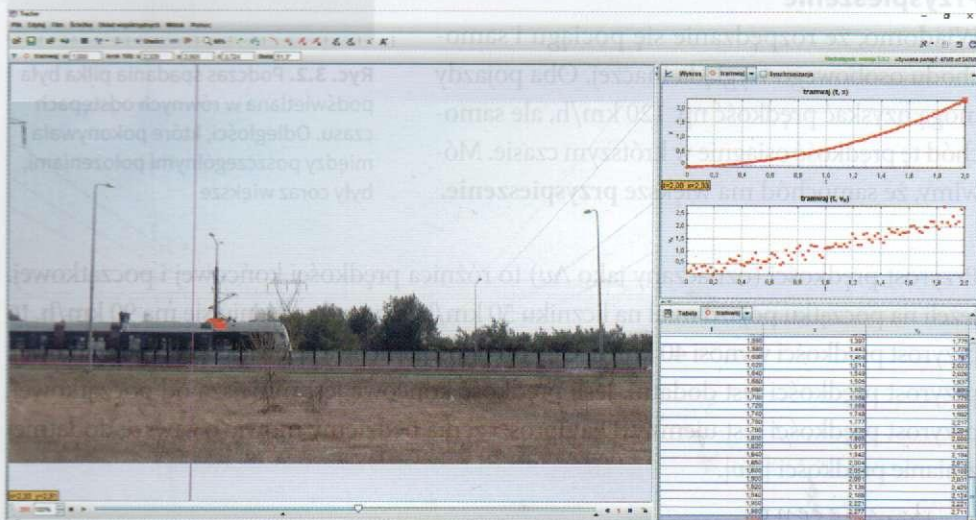
- Analiza ruchu jednostajnie przyspieszonego
- Analiza ruchu jednostajnie opóźnionego

Przypomnij sobie wiadomości o przyspieszeniu i sprawdź, ile wynosi wartość przyspieszenia ziemskiego.

Poruszające się ciała często zmieniają swoją prędkość. Prędkość spadającego kamienia rośnie, a hamującego samochodu – maleje. W tym rozdziale opiszemy te dwa przypadki ruchu.

T: *jednostajnie* Ruch przyspieszony

Gdy prędkość ciała rośnie, jego ruch nazywamy przyspieszonym. Zwykle ruch przyspieszony trwa krótko – ułamek sekundy (np. piłka w momencie kopnięcia), czasem kilka sekund (np. rozpędzający się samochód). Skorzystajmy z programu Tracker i przeanalizujmy ruch tramwaju ruszającego z przystanku.



Ryc. 3.1. Zrzut ekranu programu Tracker podczas analizy ruchu tramwaju ruszającego z przystanku

Pierwszy wykres przedstawia zależność położenia tramwaju od czasu. Jak widać, punkty pomiarowe nie leżą na linii prostej, tak jak było to w przypadku ruchu jednostajnego, lecz tworzą pewną krzywą. Można zauważyć, że w kolejnych jednakowych odstępach czasu tramwaj pokonuje coraz większą drogę.

Drugi wykres przedstawia zależność prędkości tramwaju od czasu. Punkty pomiarowe na wykresie grupują się wzdłuż linii prostej. Im dłużej trwa ruch, tym większa jest prędkość tramwaju. Można zauważyć, że w kolejnych jednakowych odstępach czasu prędkość wzrasta o tę samą wartość.

1.

Ruch, w którym prędkość wzrasta o taką samą wartość w jednakowych odstępach czasu, nazywamy **ruchem jednostajnie przyspieszonym**.

Na rycinie 3.2 przedstawiono zdjęcie stroboskopowe spadającej piłki. W ruchu jednostajnym odległości między poszczególnymi położeniami piłki byłyby jednakowe. Tu natomiast możemy zauważyć, że podczas spadania odległości między poszczególnymi położeniami piłki były coraz większe. Oznacza to, że ruch spadającej piłki był przyspieszony.



Ryc. 3.2. Podczas spadania piłka była podświetlana w równych odstępach czasu. Odległości, które pokonywała między poszczególnymi położeniami, były coraz większe

Przyspieszenie

Wiadomo, że rozpędzanie się pociągu i samochodu osobowego wygląda inaczej. Oba pojazdy mogą uzyskać prędkość np. 120 km/h, ale samochód tę prędkość osiągnie w krótszym czasie. Mówimy, że samochód ma większe **przyspieszenie**.

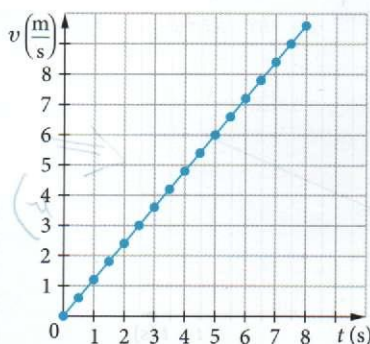
Przyrost prędkości (oznaczany jako Δv) to różnica prędkości końcowej i początkowej. Jeżeli na początku pojazd miał na liczniku 50 km/h, a po rozpędzeniu się ma 90 km/h, to przyrost prędkości wynosi 40 km/h. Gdy prędkość końcowa jest większa od początkowej, przyrost prędkości jest dodatni. Jeśli prędkość końcowa jest mniejsza od początkowej, przyrost prędkości jest ujemny. Dla uproszczenia będziemy mówić o zawsze dodatniej zmianie prędkości $|\Delta v|$.

Przyspieszenie
Za) def.

Przyspieszenie to stosunek zmiany prędkości $|\Delta v|$ do czasu t , w którym nastąpiła zmiana prędkości:

$$a = \frac{|\Delta v|}{t} \quad \Delta v = v_k - v_p \quad (1)$$

c) Jednostką przyspieszenia jest 1 m/s².



d) **Ryc. 3.3.** Wykres zależności prędkości od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym od momentu ruszenia z miejsca

Na rycinie 3.3 przedstawiono wykres zależności prędkości od czasu w sytuacji, gdy ciało ruszyło z miejsca i poruszało się ze stałym przyspieszeniem. Przyspieszenie w tym przypadku było równe $1,2 \text{ m/s}^2$. Oznacza to, że w każdej sekundzie prędkość ciała rosła o $1,2 \text{ m/s}$. Na przykład po 5 s ruchu prędkość tego ciała była równa:

3. Prędkość w ruchu jed. przysp. $v = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Obliczenia te można zapisać w postaci symboli wielkości fizycznych:

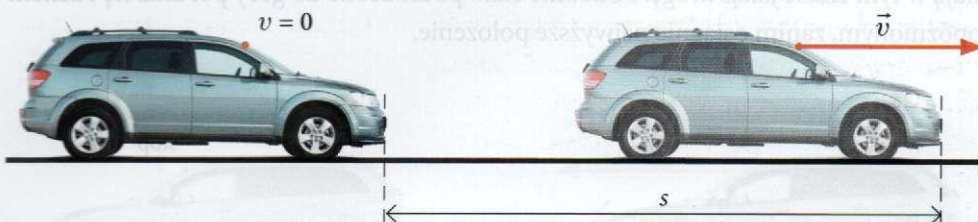
a) def

b) wzór

$$v = a \cdot t$$

c) jednostki (2)

Uzyskaliśmy wzór pozwalający obliczyć prędkość końcową ciała v po upływie czasu t , gdy ciało ruszyło z miejsca z przyspieszeniem a .



Ryc. 3.4. Rozpędzanie samochodu na drodze s

Przykład 1.

Samochód ruszający z miejsca rozpędził się do 70 km/h w czasie 12 sekund . Obliczmy przyspieszenie tego auta.

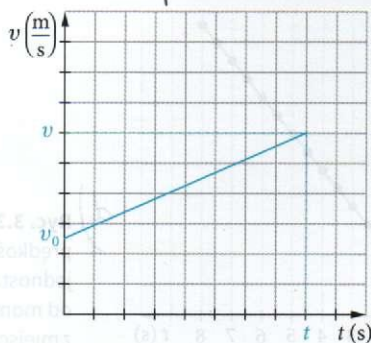
Zmiana prędkości samochodu wynosi: $\Delta v = 70 \text{ km/h} \approx 19 \text{ m/s}$.

Przyspieszenie auta:

$$a = \frac{|\Delta v|}{t} = \frac{19 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{12 \text{ s}} \approx 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Możemy spotkać się z sytuacjami, w których jakiś obiekt zaczyna przyspieszać od pewnej prędkości początkowej v_0 . Tak jest np. wtedy, gdy samochód wjeżdża na autostradę. Gdy przyspieszenie podczas tego ruchu jest stałe, to zmiany prędkości takiego pojazdu można przedstawić za pomocą wykresu pokazanego na rycinie 3.5.

4. Jeśli auto miało prędkość początkową v_0 to:



Ryc. 3.5. Wykres zależności prędkości od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym od prędkości początkowej v_0

a) Prędkość końcową w takim ruchu można obliczyć ze wzoru:

$$v = v_0 + a \cdot t \quad (3)$$

gdzie:

v – prędkość końcowa ciała,

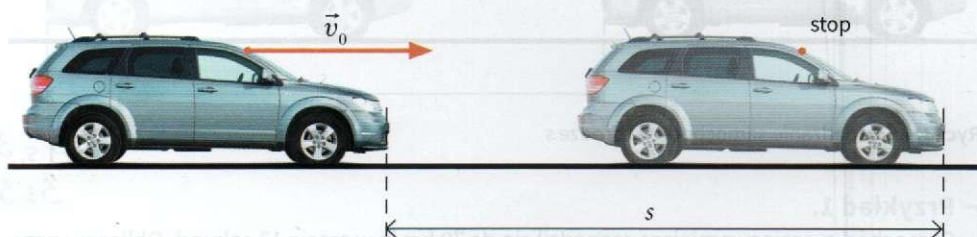
v_0 – prędkość początkowa ciała,

a – przyspieszenie ciała,

t – czas ruchu.

T: Ruch opóźniony

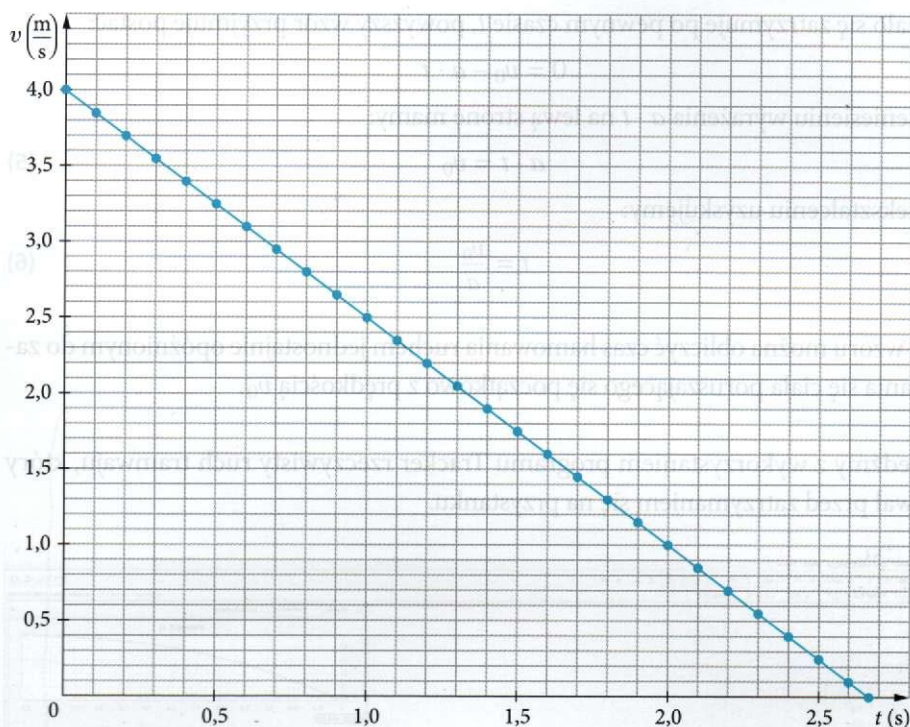
Ruchem opóźnionym nazywamy ruch, w którym prędkość ciała maleje. Wszystkie pojazdy, które się zatrzymują, muszą się wcześniej poruszać ruchem opóźnionym i pokonują w tym czasie jakąś drogę. Podobnie ciało podrzucone do góry porusza się ruchem opóźnionym, zanim osiągnie najwyższe położenie.



Ryc. 3.6. Hamowanie samochodu na drodze s

Rozważmy najprostszy przypadek ruchu opóźnionego, gdy wykres zależności prędkości od czasu jest linią prostą – oznacza to, że w jednakowych odstępach czasu prędkość maleje o tę samą wartość.

Ruch, w którym prędkość maleje o taką samą wartość w jednakowych odstępach czasu, nazywamy **ruchem jednostajnie opóźnionym**.



Ryc. 3.7. Wykres zależności prędkości od czasu w ruchu jednostajnie opóźnionym

Na rycinie 3.7 przedstawiona jest zależność prędkości od czasu hamującego samochodu. Z wykresu odczytujemy, że prędkość początkowa (czyli prędkość w momencie, gdy zaczęliśmy analizę ruchu) wynosiła $v_0 = 4 \text{ m/s}$. Odczytujemy również, że w ciągu każdej sekundy prędkość samochodu malała o $1,5 \text{ m/s}$, czyli przyspieszenie samochodu podczas hamowania wynosiło $1,5 \text{ m/s}^2$.

Możemy zatem obliczyć prędkość auta po upływie np. 2 s :

$$v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ s} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Uogólnijmy otrzymany wzór na każdy przypadek ruchu jednostajnie opóźnionego:

$$v = v_0 - a \cdot t \quad (4)$$

gdzie:

v – prędkość końcowa ciała,

v_0 – prędkość początkowa ciała,

a – przyspieszenie ciała,

t – czas ruchu.

Z tego wzoru wynika, że im dłużej trwa ruch, tym prędkość ciała jest mniejsza.

Gdy ciało się zatrzymuje po pewnym czasie t , powyższy wzór przyjmuje postać:

$$0 = v_0 - a \cdot t$$

Po przeniesieniu wyrażenia $a \cdot t$ na lewą stronę mamy:

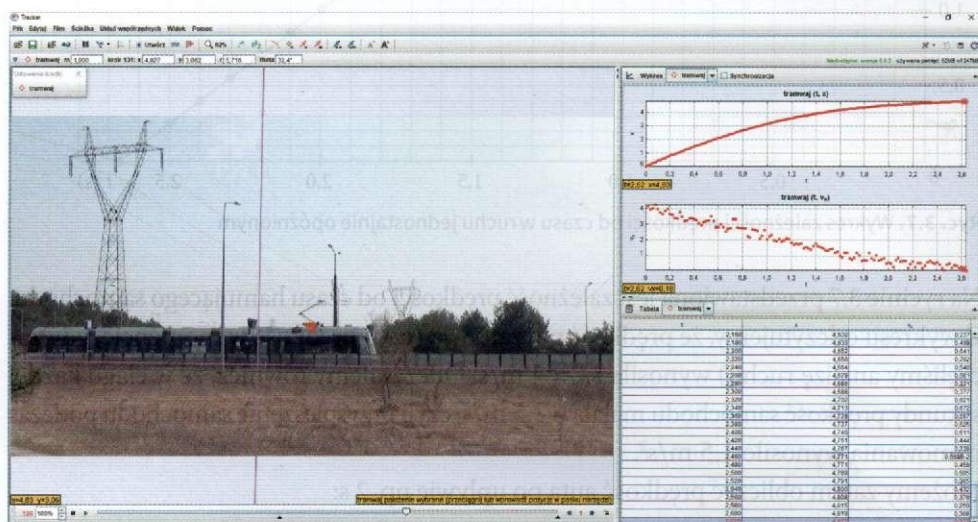
$$a \cdot t = v_0 \quad (5)$$

Po przekształceniu uzyskujemy:

$$t = \frac{v_0}{a} \quad (6)$$

Z tego wzoru można obliczyć czas hamowania ruchem jednostajnie opóźnionym do zatrzymania się ciała poruszającego się początkowo z prędkością v_0 .

Prześledźmy z wykorzystaniem programu Tracker rzeczywisty ruch tramwaju, który hamował przed zatrzymaniem się na przystanku.



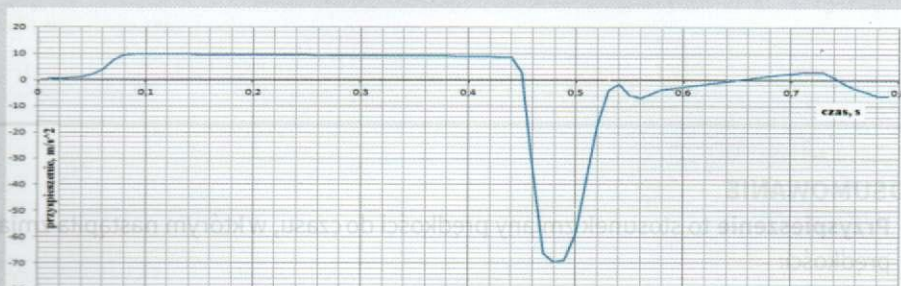
Ryc. 3.8. Zrzut ekranu programu Tracker podczas analizy ruchu tramwaju hamującego przed zatrzymaniem się na przystanku

Z wykresu zależności położenia od czasu można odczytać, że kolejnym jednakowym odstępom czasu odpowiadają coraz krótsze odcinki drogi przebytej przez tramwaj. Na wykresie zależności prędkości od czasu punkty pomiarowe układają się w przybliżeniu wzdłuż linii prostej – możemy zatem uznać, że ruch tramwaju był jednostajnie opóźniony.

Ruch opóźniony to jakby odwrócenie w czasie ruchu przyspieszonego. Gdybyśmy puścili do tyłu film z hamującym tramwajem, zobaczylibyśmy ruch przyspieszony. Dlatego wzór (5) jest podobny do wzoru (2), a wykresy dla tego ruchu są podobne do wykresów na ryc. 3.1.

WIEDZIEĆ WIĘCEJ

Pomiar przyspieszenia za pomocą smartfona



Przyspieszenie można mierzyć za pomocą smartfona z aplikacją Phyphox. Smartfon mierzy tylko swoje przyspieszenie, więc podczas pomiarów musi poruszać się razem z badanym ciałem. Jednym z ciekawszych pomiarów jest wyznaczanie przyspieszenia telefonu spadającego na miękkie poduszki. Na wykresie przedstawiono wyniki takiego pomiaru. Gdy puścimy smartfon swobodnie, to przez pewien czas będzie poruszał się z przyspieszeniem zbliżonym do przyspieszenia ziemskiego, czyli $9,8 \text{ m/s}^2$. Zmierzona wartość przyspieszenia spadania w naszym doświadczeniu rzeczywiście wynosiła około 10 m/s^2 . Jak można zauważyć, podczas ruchu, w którym prędkość rosta, przyspieszenie było dodatnie. W momencie, w którym smartfon zetknął się z poduszką, ruch przestał być przyspieszony. Podczas ruchu opóźnionego smartfon wskazywał, że przyspieszenie było ujemne. We wzorze (4) mamy znak „-”, który stosujemy, gdy prędkość maleje. Oznacza to, że aplikacja uwzględnia, iż prędkość maleje, przez podanie ujemnego przyspieszenia. Warto zwrócić uwagę na to, jak duże przyspieszenie miał smartfon lądujący na miękkiej poduszce. Gdyby spadł na podłogę, przyspieszenie byłoby jeszcze większe, bo krótszy byłby czas hamowania. Duże przyspieszenia są bardzo niebezpieczne dla ludzi i urządzeń. W przypadku ludzi grożą obrażeniami wewnętrznymi, w przypadku urządzeń – ich zniszczeniem.

Przykład 2.

Autobus jedzie z prędkością 40 km/h. W celu zapewnienia komfortu podróżnym przyspieszenie autobusu nie powinno przekraczać $1,4 \text{ m/s}^2$. Obliczmy, jak długo będzie hamował autobus przed przystankiem, gdy będzie jechał ruchem jednostajnie opóźnionym z maksymalnym dopuszczalnym przyspieszeniem.

Podstawiamy dane do wzoru (6), pamiętając o zamianie jednostek prędkości, i otrzymujemy:

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{40 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}}}{1,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 7,9 \text{ s}$$

**PODSUMOWANIE**

- **Przyspieszenie** to stosunek zmiany prędkości do czasu, w którym nastąpiła zmiana prędkości:

$$a = \frac{|\Delta v|}{t}$$

- **Ruch jednostajnie przyspieszony** to ruch, w którym prędkość wzrasta o taką samą wartość w jednakowych odstępach czasu. Przyspieszenie w tym ruchu jest stałe. Zależność prędkości od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym to:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

gdzie v_0 – prędkość początkowa.

Gdy $v_0 = 0$, to:

$$v = a \cdot t$$

- **Ruch jednostajnie opóźniony** to ruch, w którym prędkość maleje o taką samą wartość w jednakowych odstępach czasu. Przyspieszenie w tym ruchu jest stałe. Zależność prędkości od czasu w ruchu jednostajnie opóźnionym to:

$$v = v_0 - a \cdot t$$

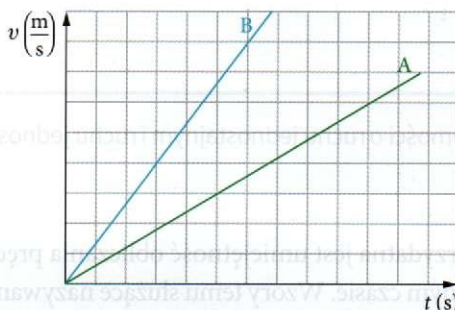
gdzie v_0 – prędkość początkowa.

- **Czas hamowania** podczas ruchu jednostajnie opóźnionego od prędkości początkowej v_0 do zatrzymania się obliczamy ze wzoru:

$$t = \frac{v_0}{a}$$

PYTANIA I ZADANIA

1. Na wykresie przedstawiono zależności prędkości od czasu dla dwóch pojazdów. Zapisz, który z nich poruszał się z większym przyspieszeniem.



2. W ruchu jednostajnie przyspieszonym przyspieszenie jest stałe, a prędkość pojazdu rośnie. Napisz, jak zmienia się prędkość w ruchu przyspieszonym, w którym przyspieszenie maleje.
3. Do osiągnięcia prędkości 100 km/h bolidom Formuły 1 wystarczy 1,7 sekundy, natomiast prędkość 200 km/h pojazdy te osiągają w czasie 3,8 sekundy od momentu ruszenia. Oblicz średnie przyspieszenie bolidu podczas rozpędzania się:
- od 0 do 100 km/h;
 - od 100 km/h do 200 km/h.
4. Pociąg jedzie z prędkością 160 km/h. Przyspieszenie podczas hamowania tego pociągu jest stałe i ma wartość $0,90 \text{ m/s}^2$. Oblicz, po jakim czasie pociąg się zatrzyma.
5. Samochód jedzie z prędkością 50 km/h. Oblicz, jakie musiałoby być przyspieszenie tego samochodu, aby mógł się on zatrzymać w czasie 1 s. Porównaj otrzymany wynik z przyspieszeniem ziemskim. Sprawdź w dostępnych źródłach, czy taki wynik jest możliwy do osiągnięcia w standardowym samochodzie osobowym.





4. Równania ruchu

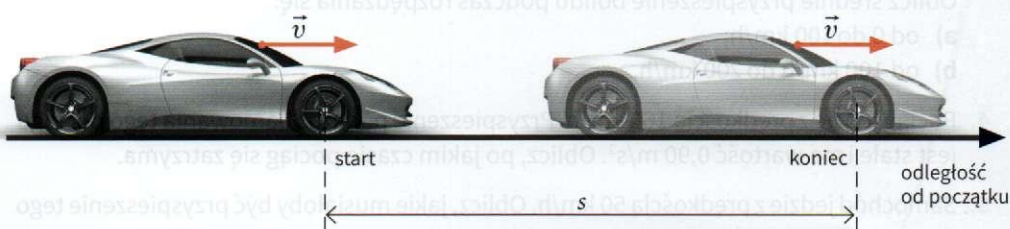
- Droga w ruchu jednostajnym
- Droga w ruchu jednostajnie przyspieszonym
- Droga w ruchu jednostajnie opóźnionym

Przypomnij sobie wiadomości o ruchu jednostajnym i ruchu jednostajnie zmiennym.

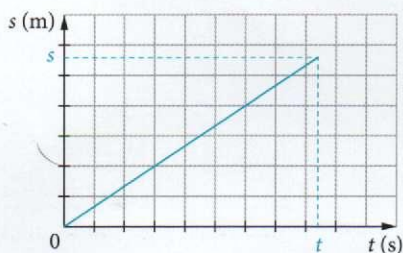
Przy opisie ruchu ciał przydatna jest umiejętność obliczania prędkości oraz drogi przebytej przez ciało po pewnym czasie. Wzory temu służące nazywamy **równaniami ruchu**.

Ruch jednostajny

Rozważmy samochód poruszający się ze stałą prędkością (ryc. 4.1).



Ryc. 4.1. Podczas ruchu ze stałą prędkością droga rośnie wprost proporcjonalnie do czasu



Ryc. 4.2. Wykres zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnym

Jeśli drogę przebytą przez samochód będziemy mierzyć od miejsca, w którym samochód był w momencie rozpoczęcia obserwacji, to wykres zależności drogi lub położenia od czasu będzie wyglądał tak jak na ryc. 4.2.

Droga w ruchu jednostajnym jest wprost proporcjonalna do czasu trwania tego ruchu:

$$s = v \cdot t$$

gdzie v – prędkość poruszającego się obiektu.

Przykład 1.

Z Krakowa w stronę Katowic wyjechała ciężarówka poruszająca się z prędkością 80 km/h. Piętnaście minut później w tę samą stronę wyjechał samochód osobowy poruszający się z prędkością 110 km/h. Obliczmy, po jakim czasie od chwili wyjazdu ciężarówki oraz w jakiej odległości od Krakowa samochód osobowy dogoni ciężarówkę.

Równania opisujące zależności drogi od czasu ruchu dla obu pojazdów:

- dla ciężarówki:

$$s_c = v_c \cdot t$$

- dla samochodu osobowego ruszającego $\frac{1}{4}$ godziny później (czas jego ruchu jest krótszy):

$$s_s = v_s \cdot \left(t - \frac{1}{4} \text{ h}\right)$$

W chwili, gdy samochód osobowy dogoni ciężarówkę, oba pojazdy będą miały za sobą taką samą drogę. Z porównania dróg obu pojazdów otrzymujemy:

$$s_c = s_s$$

$$v_c \cdot t = v_s \cdot \left(t - \frac{1}{4} \text{ h}\right)$$

Po wymnożeniu przez nawias i przeniesieniu wyrażenia z niewiadomą na lewą stronę otrzymujemy:

$$v_c \cdot t - v_s \cdot t = -v_s \cdot \frac{1}{4} \text{ h}$$

Równanie mnożymy przez (-1) , wyłączamy t przed nawias:

$$t \cdot (v_s - v_c) = v_s \cdot \frac{1}{4} \text{ h}$$

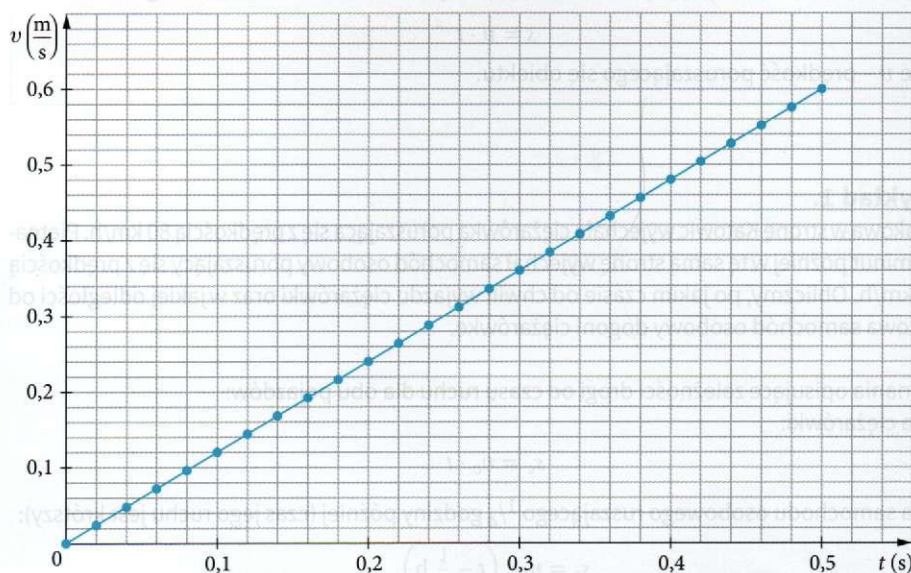
Otrzymujemy:

$$t = \frac{v_s}{v_s - v_c} \cdot \frac{1}{4} \text{ h} = \frac{110 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{110 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}} \cdot \frac{1}{4} \text{ h} = 55 \text{ min}$$

Droga przebyta przez ciężarówkę (i jednocześnie przez samochód) do momentu spotkania się obu samochodów:

$$s = v_c \cdot t = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{11}{12} \text{ h} \approx 73 \text{ km}$$

Ruch przyspieszony



Ryc. 4.3. Wykres zależności prędkości od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym

Analizę ruchu przyspieszonego ograniczymy do sytuacji, w których ciało rusza z miejsca. Zależność prędkości od czasu dla takiego przypadku przedstawia wykres na ryc. 4.3. Z poprzedniego rozdziału wiemy, że w tym przypadku:

$$v = a \cdot t$$

Z rozdziału 2. wiemy, że prędkość średnia to stosunek całkowitej drogi przebytej przez poruszający się obiekt do czasu trwania ruchu:

$$v_{\text{sr}} = \frac{s}{t}$$

Wynika stąd, że droga pokonana przez ciało jest równa iloczynowi prędkości średniej i czasu ruchu:

$$s = v_{\text{sr}} \cdot t$$

Można udowodnić, że prędkość średnia w ruchu jednostajnie przyspieszonym jest średnią arytmetyczną prędkości początkowej (równej 0 w przypadku ciała ruszającego z miejsca) i końcowej, a zatem:

$$v_{\text{sr}} = \frac{0 + v}{2} = \frac{v}{2}$$

Podstawiamy tę zależność do wzoru na drogę:

$$s = \frac{v}{2} \cdot t = \frac{1}{2} v \cdot t$$

Drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej można obliczyć ze wzoru:

$$s = \frac{1}{2} v \cdot t \quad (1)$$

gdzie v – prędkość końcowa.

Jeśli do wzoru (1) wstawimy jako prędkość końcową $v = a \cdot t$, otrzymamy inny wzór na przebytą drogę:

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym można obliczyć jeszcze z innego wzoru.

Jeśli ze wzoru $v = a \cdot t$ wyznaczmy $t = \frac{v}{a}$ i wstawimy do równania drogi w ruchu jednostajnie przyspieszonym (1), otrzymamy:

$$s = \frac{1}{2} v \cdot \frac{v}{a} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{a}$$

Po przekształceniu powyższego równania otrzymamy:

$$2as = v^2 \quad (2)$$

W powyższym wzorze nie występuje czas. Ta zależność jest pomocna przy rozwiązywaniu wielu zadań.

Przykład 2.

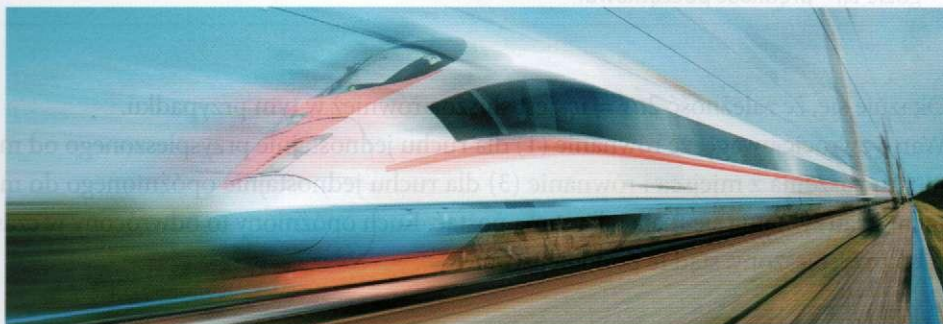
Pociąg po ruszeniu ze stacji jechał ruchem jednostajnie przyspieszonym i po przejechaniu drogi 500 m osiągnął prędkość 95 km/h. Obliczmy czas potrzebny na przebycie tej drogi.

Z przekształconego wzoru na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym (1) otrzymujemy:

$$t = \frac{2s}{v}$$

Po podstawieniu danych do wzoru uzyskujemy:

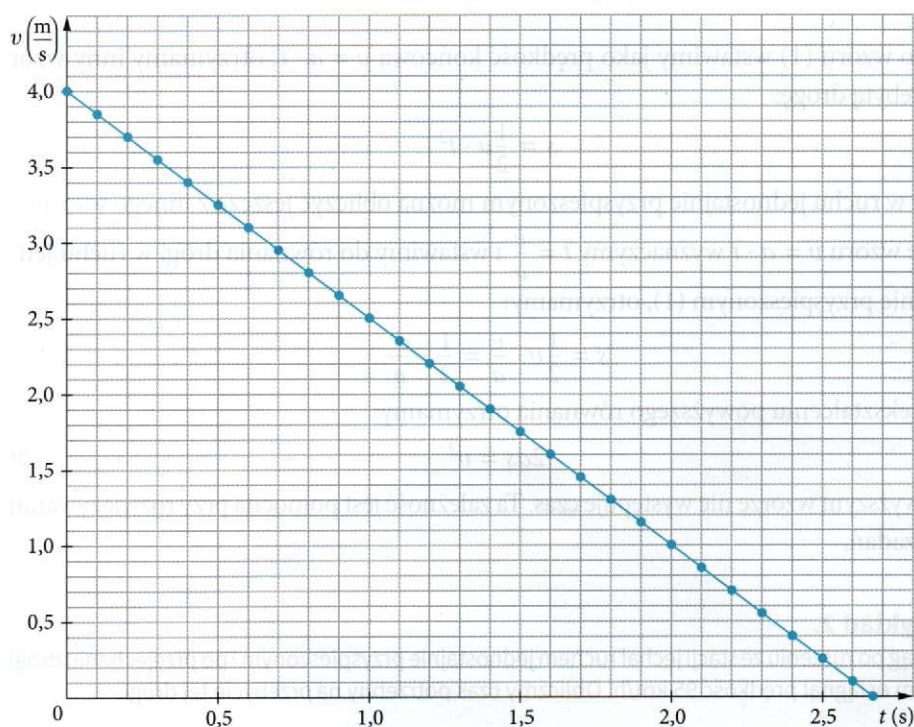
$$t = \frac{2 \cdot 500 \text{ m}}{95 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}}} \approx 38 \text{ s}$$



Ruch opóźniony

Rozważmy ruch jednostajnie opóźniony pojazdu, który hamuje aż do zatrzymania się. Zależność prędkości od czasu w takim ruchu jest linią prostą (ryc. 4.4). Prędkość średnia w tym przypadku jest równa połowie prędkości początkowej:

$$v_{\text{sr}} = \frac{v_0}{2}$$



Ryc. 4.4. Wykres zależności prędkości od czasu w ruchu jednostajnie opóźnionym

Drogę w ruchu jednostajnie opóźnionym podczas hamowania od prędkości początkowej v_0 do momentu zatrzymania się można obliczyć ze wzoru:

$$s = \frac{1}{2} v_0 \cdot t \quad (3)$$

gdzie v_0 – prędkość początkowa.

Okazuje się, że zależność $2as = v_0^2$ jest słuszna również w tym przypadku.

Warto zwrócić uwagę, że równanie (1) dla ruchu jednostajnie przyspieszonego od momentu ruszenia z miejsca i równanie (3) dla ruchu jednostajnie opóźnionego do momentu zatrzymania się mają taką samą postać. Ruch opóźniony to odwrócony w czasie ruch przyspieszony, stąd te podobieństwa.

WIEDZIEĆ WIĘCEJ

Przyspieszenia na co dzień

W celu zapewnienia komfortu oraz bezpieczeństwa podróżnych przyspieszenia pojazdów kołowych – autobusów, tramwajów, pociągów – zarówno w ruchu przyspieszonym, jak i opóźnionym zwykle nie są większe niż 1 m/s^2 . Aby lepiej wyobrazić sobie wartość takiego przyspieszenia, posłużmy się przykładem. Gdyby w hamującym z przyspieszeniem 10 m/s^2 pociągu zawiesić na nitce kulkę, to nitka odchyliłaby się o kąt 45° . Gdy kulka jest zawieszona na nitce wewnątrz pojazdu jadącego z przyspieszeniem 1 m/s^2 , to odchyła się o kąt ok. 5° . Dużo większe przyspieszenia występują podczas zderzeń pojazdów. Strefa kontrolowanego zgniotu dla większości samochodów osobowych jest nie większa niż 1 m . Wyobraźmy sobie pojazd jadący z prędkością 90 km/h . Gdyby podczas zderzenia został on zatrzymany na drodze 1 m , to jego przyspieszenie przekroczyłoby 300 m/s^2 . W takim przypadku nawet najlepsze zabezpieczenia pasażera w postaci poduszek powietrznych, pasów bezpieczeństwa itp. mogłyby nie wystarczyć, żeby uchronić go przed poważnymi obrażeniami. Pojazdami pasażerskimi, które osiągają największe przyspieszenia, są rakiety kosmiczne. Podczas lotu na orbitę, który odbył Mirosław Hermaszewski, jedyny polski kosmonauta, przyspieszenie rakiety nie przekraczało 55 m/s^2 . Natomiast przyspieszenia amerykańskich promów kosmicznych wynosiły ok. 35 m/s^2 .

**Przykład 3.**

Samochód podczas gwałtownego hamowania trwającego 4 s przejechał drogę 40 m i się zatrzymał. Oblicz prędkość początkową tego samochodu, jeśli można założyć, że ruch był jednostajnie opóźniony.

Po przekształceniu równania na drogę w ruchu jednostajnie opóźnionym (3) otrzymujemy:

$$v_0 = \frac{2s}{t}$$

Po podstawieniu danych do wzoru uzyskujemy:

$$v_0 = \frac{2 \cdot 40 \text{ m}}{4 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

PODSUMOWANIE

- Zależność drogi od czasu **w ruchu jednostajnym** dana jest wzorem:

$$s = v \cdot t$$

gdzie v – stała prędkość.

- Zależność drogi od czasu **w ruchu jednostajnie przyspieszonym** od momentu ruszenia dana jest wzorem:

$$s = \frac{1}{2} v \cdot t$$

gdzie v – prędkość końcowa.

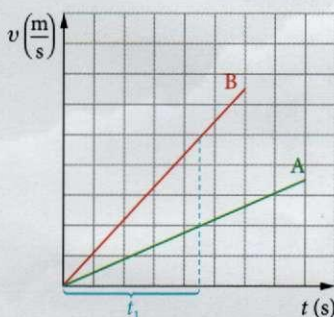
- Zależność drogi od czasu **w ruchu jednostajnie opóźnionym** do momentu zatrzymania się dana jest wzorem:

$$s = \frac{1}{2} v_0 \cdot t$$

gdzie v_0 – prędkość początkowa.

PYTANIA I ZADANIA

- Odległość między Wałbrzychem a Głogowem wynosi 120 km. Zakładamy, że prędkość średnia samochodu na trasie łączącej te miasta wynosi 55 km/h. Oblicz, o której godzinie powinno się wyjechać z Wałbrzycha, aby dotrzeć do Głogowa na godzinę 13.00.
- Na wykresie przedstawiono zależności prędkości od czasu dla dwóch pojazdów.
 - Wskaż, który z nich poruszał się z większym przyspieszeniem.
 - Oszacuj stosunek dróg przebytych przez pojazdy A i B w czasie t_1 .



- Z Poznania w kierunku Wrocławia o godzinie 10.00 wyjechał autobus. Prędkość tego autobusu była równa 60 km/h. Jakiś czas później z Poznania w tę samą stronę wyruszył samochód osobowy jadący z prędkością 80 km/h. Samochód dogonił autobus po czasie 0,5 h. Oblicz, po jakim czasie od chwili wyruszenia autobusu wyjechał samochód osobowy.
- Samochód ruszył z miejsca i ruchem jednostajnie przyspieszonym przebył drogę 300 m. W tym momencie prędkość auta była równa 70 km/h. Oblicz przyspieszenie samochodu podczas rozpędzania.
- Pociąg jedzie z prędkością 160 km/h. Można przyjąć, że maksymalne przyspieszenie podczas hamowania pociągu nie powinno przekraczać 2 m/s^2 . Oblicz minimalną odległość od dworca kolejowego, w której powinno rozpocząć się hamowanie pociągu z podanym przyspieszeniem.

KINEMATYKA

POŁOŻENIE, TOR, DROGA, PRZEMIESZCZENIE

- ▶ **Ruch** to zmiana położenia danego ciała w stosunku do innych obiektów, które uznajemy za nieruchome. Te obiekty, względem których analizujemy ruch ciała, nazywamy **układem odniesienia**.
- ▶ **Położenie** to punkt w przestrzeni, w którym w określonym momencie znajduje się poruszające się ciało. Poszczególne położenia układają się w linię tworzącą **tor ruchu**. Długość toru to przebyta **droga**.
- ▶ **Ruch prostoliniowy** to taki ruch, którego tor jest linią prostą.
- ▶ **Przemieszczenie** to wektor łączący położenie początkowe i położenie końcowe ciała. Dla ruchu prostoliniowego odbywającego się w jedną stronę wartość wektora przemieszczenia jest równa drodze przebytej przez ciało. Dla ruchów krzywoliniowych przemieszczenie jest zawsze krótsze od drogi.

PRĘDKOŚĆ ŚREDNIA I PRĘDKOŚĆ CHWILOWA

- ▶ **Prędkość** obliczamy przez podzielenie drogi przez czas, w jakim droga została przebyta:

$$v = \frac{s}{t}$$

Gdy czas jest bardzo krótki, mówimy o **prędkości chwilowej**, gdy długi – o **prędkości średniej**.

- ▶ **Prędkość chwilowa** to prędkość ciała w danym momencie. Taką prędkość pokazują prędkościomierze.
- ▶ **Przyspieszenie** to wielkość opisująca ruch zmienny (przyspieszony i opóźniony). Jest to stosunek zmiany prędkości ciała do czasu, w którym nastąpiła ta zmiana prędkości:

$$a = \frac{|\Delta v|}{t}$$

Gdy przyspieszenie ciała w czasie ruchu jest stałe, ruch nazywamy **jednostajnie przyspieszonym** lub **jednostajnie opóźnionym**.

RODZAJE RUCHÓW

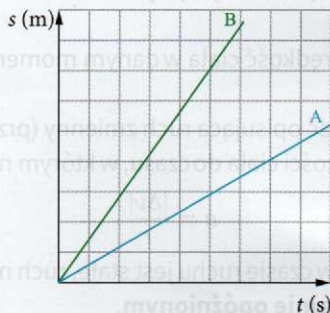
- ▶ **Równania ruchu** to wzory matematyczne, które pozwalają wyznaczyć wielkości fizyczne opisujące ruch w dowolnej chwili od momentu rozpoczęcia obserwacji.

Rodzaj ruchu	Opis ruchu	Równania ruchu
ruch jednostajny	Prędkość jest stała	$s = v \cdot t$
ruch przyspieszony	Prędkość rośnie, ciało przyspiesza	

Rodzaj ruchu	Opis ruchu	Równania ruchu
ruch jednostajnie przyspieszony	Prędkość rośnie w równych odstępach czasu o tę samą wartość, przyspieszenie jest stałe	$v = v_0 + at$ Gdy ciało rusza z miejsca, czyli prędkość początkowa $v_0 = 0$: $v = at$ $s = \frac{1}{2}at^2$
ruch opóźniony	Prędkość maleje, ciało zwalnia	
ruch jednostajnie opóźniony	Prędkość maleje w równych odstępach czasu o tę samą wartość, przyspieszenie jest stałe	$v = v_0 - at$ Gdy ciało się zatrzymuje, czyli prędkość końcowa $v_k = 0$: $v_0 = at$ $s = \frac{1}{2}v_0t$

WYKRESY

► Wykres $s(t)$ w ruchu jednostajnym:



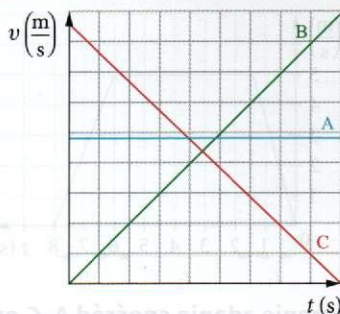
Ryc. 1. Wykresy zależności drogi od czasu dla ciał poruszających się ruchem jednostajnym

Ciało poruszające się ruchem jednostajnym w równych odstępach czasu pokonuje jednakowe odległości. Dlatego wykresem zależności drogi od czasu w tym ruchu jest zawsze linia prosta.

Im większe jest nachylenie prostej, tym większa jest prędkość ciała (ryc. 1).

Dla ciał poruszających się ruchem zmiennym wykres położenia od czasu nie jest linią prostą.

► **Wykresy $v(t)$ w ruchu jednostajnym i w ruchu jednostajnie zmiennym:**

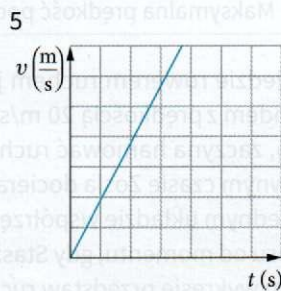
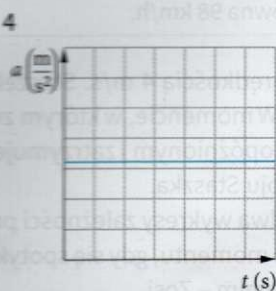
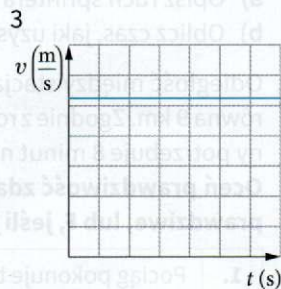
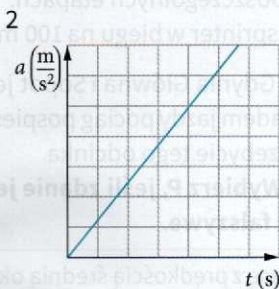
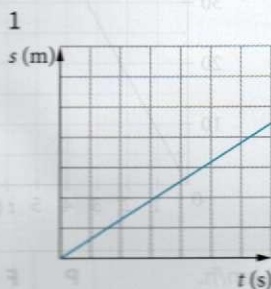


Ryc. 2. Wykresy zależności prędkości od czasu dla: ciała poruszającego się ruchem jednostajnym (A), ciała poruszającego się ruchem jednostajnie przyspieszonym (B), ciała poruszającego się ruchem jednostajnie opóźnionym (C)

Gdy ruch jest jednostajny lub jednostajnie zmienny, to wykresem zależności prędkości od czasu jest prosta (ryc. 2). W tym przypadku nachylenie prostej niesie informację o przyspieszeniu. Dla ruchu jednostajnego prosta nie jest nachylona, gdyż przyspieszenie wynosi zero.

PYTANIA I ZADANIA

1. Na wykresach przedstawiono zależności $s(t)$, $v(t)$ i $a(t)$.

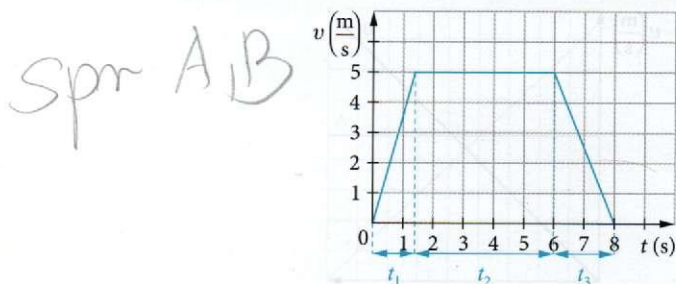


Przyporządkuj numery wykresów do rodzaju ruchu. Uwaga, jeden z wykresów nie pasuje do żadnej z wymienionych kategorii.

A. Ruch jednostajny.

B. Ruch jednostajnie przyspieszony.

2. Na wykresie przedstawiono zależność prędkości wagonika od czasu.



Wybierz właściwe dokończenie zdania spośród A–C oraz jego poprawne uzasadnienie spośród 1–3.

Ruch, w którym przyspieszenie było równe zero, odbywał się w czasie

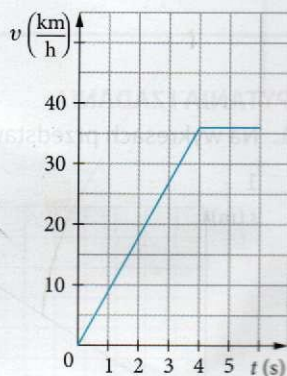
A.	t_1	ponieważ wówczas	1.	prędkość się nie zmieniała.
B.	t_2		2.	wartość prędkości wzrastała.
C.	t_3		3.	wagonik hamował.

3. Wykres przedstawia zależność prędkości sprintera od czasu w biegu na 100 m w ciągu pierwszych 6 s ruchu. Przyjmij, że do mety prędkość sprintera już się nie zmienia.

- Opisz ruch sprintera na poszczególnych etapach.
- Oblicz czas, jaki uzyskał sprinter w biegu na 100 m.

4. Odległość między stacjami Gdynia Główna i Sopot jest równa 9 km. Zgodnie z rozkładem jazdy pociąg pospieszny potrzebuje 8 minut na przebycie tego odcinka.

Oceń prawdziwość zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F, jeśli jest fałszywe.



1.	Pociąg pokonuje tę trasę z prędkością średnią około 68 km/h.	P	F
2.	Maksymalna prędkość pociągu mogła być równa 98 km/h.	P	F

5. Zosia jedzie rowerem ruchem jednostajnym z prędkością 4 m/s. Staszek jedzie samochodem z prędkością 20 m/s i dogania Zosię. W momencie, w którym zrównuje się z Zosią, zaczyna hamować ruchem jednostajnie opóźnionym i zatrzymuje się po 8 s. Po pewnym czasie Zosia dociera do miejsca postoju Staszka.

- W jednym układzie współrzędnych sporządź dwa wykresy zależności prędkości od czasu od momentu, gdy Staszek mija Zosię, do momentu, gdy się spotykają. Na jednym wykresie przedstaw ruch Staszka, a na drugim – Zosi.
- Oblicz, jak długo Staszek będzie czekał na Zosię.